

Experimento 7

MEDIDA DO COMPRIMENTO DE ONDA DA LUZ POR MEIO DE UMA REDE DE DIFRAÇÃO

7.1 OBJETIVOS

Medir a constante de rede de difração utilizando um comprimento de onda conhecido.

Medir os comprimentos de onda de algumas das principais linhas espectrais de um gás de Hg (mercúrio) submetido à descarga elétrica.

7.2 PARTE TEÓRICA

7.2.1 Difração

A experiência mostra que um furo de pequeno diâmetro em um anteparo opaco difrata a luz; isto é, o furo, apesar de iluminado por um feixe de raios de luz paralelos, correspondendo a uma frente de onda plana (Fig. 7.1), não deixa passar um cilindro perfeito de luz, mas espalha a luz em todas as direções no semi-espaço à direita do furo. É possível verificar que, se o diâmetro do furo tende a zero, este furo espalha a luz uniformemente em todas as direções nesse semi-espaço, com intensidade constante independente da direção. A onda difratada tende para uma onda semi-esférica centrada no furo (onda elementar de Huygens).

Nesse experimento, em substituição ao furo utilizaremos fendas finas e compridas, de uso mais prático. Vamos sempre supor que elas são suficientemente finas para difratar a luz de maneira uniforme num plano perpendicular ao eixo da fenda. Como consequência, a onda difratada é uma onda cilíndrica.

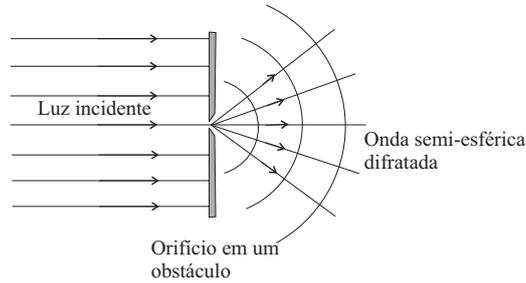


Figura 7.1: Difração produzida por um pequeno orifício.

7.2.2 Interferência de ondas monocromáticas coerentes

Quando duas ondas monocromáticas (luz de cor pura ou de mesma frequência) se superpõem em um ponto no espaço, observamos o fenômeno da interferência. A intensidade da luz resultante, nesse ponto, depende da diferença de fase existente entre as duas ondas. Os efeitos interessantes da interferência só podem ser observados quando as ondas são coerentes entre si, isto é, quando existe em cada ponto do espaço uma relação entre as amplitudes e uma relação entre as fases das ondas constantes no tempo. *Os casos extremos da interferência* são a interferência aditiva ou construtiva e a interferência subtrativa ou destrutiva.

Na interferência construtiva a diferença entre as fases das ondas é nula ou um múltiplo de 2π rad de modo que o pico ou máximo de uma onda coincide com o pico ou máximo da outra onda. Na interferência destrutiva a diferença entre as fases das ondas é π rad ou um número ímpar desse valor de modo que o vale ou mínimo de uma onda coincide com o pico ou máximo da outra onda.

Uma maneira simples e prática de produzir duas ondas coerentes, devida à T. Young, está ilustrada na figura (Fig. 7.2) onde uma frente de onda plana chega simultaneamente em duas fendas finas e cada fenda passa a ser considerada como uma fonte de luz.

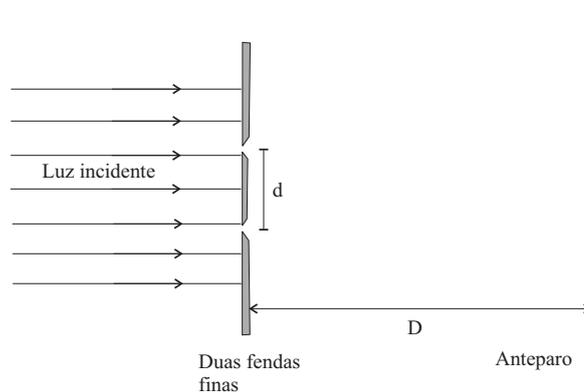


Figura 7.2: Duas fendas finas distantes de um anteparo e sob incidência de luz paralela.

As ondas coerentes produzidas por essas fendas propagarão em direção ao anteparo onde ocorrerá a formação da *figura de interferência*. Para melhor compreender como a

intensidade luminosa se distribuirá sobre esse anteparo, considere a figura (Fig. 7.3) onde os raios de luz são traçados em um plano perpendicular aos eixos das fendas. De fato, se as fendas forem muito compridas, essa figura representa o que ocorre em qualquer plano em uma família de planos paralelos perpendiculares aos eixos das fendas. Em outras palavras, existe uma simetria de translação ao longo do eixo oz (saindo do plano do papel) e a figura de interferência no anteparo terá o aspecto de franjas paralelas a esse eixo.

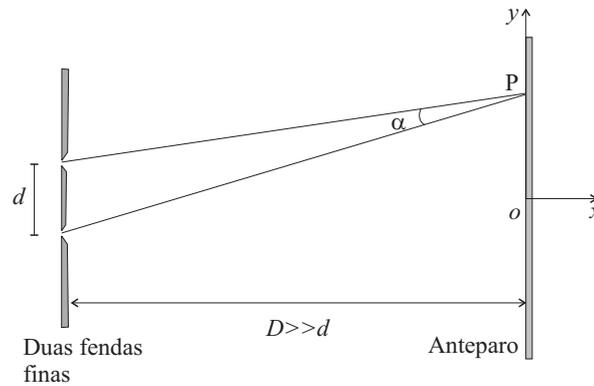


Figura 7.3: Representação em um plano perpendicular às fendas de dois raios de luz que partem das fendas e chegam ao anteparo.

Façamos a hipótese de que o anteparo está muito distante das fendas, $D \gg d$. Por exemplo, $d = 0,1$ mm e $D = 100$ mm. Nessa condição, o ângulo formado entre dois raios que partem respectivamente de cada fenda e chegam a um ponto P do anteparo vale, aproximadamente, $\alpha \approx d/D$ que é muito pequeno, $\alpha \approx 0,001$ rad com os valores do exemplo. Isso é equivalente a afirmar que os raios são essencialmente paralelos. Contudo, essas trajetórias tem comprimentos ligeiramente diferentes e essa diferença pode ser importante quando comparada com o comprimento de onda da luz. Estamos interessados em avaliar a diferença entre os caminhos percorridos pelos dois raios para poder compará-la com o comprimento de onda.

Posicionemos o ponto P no anteparo utilizando o ângulo θ medido com relação à linha horizontal ou então pela coordenada y no anteparo como mostra a figura (Fig. 7.4).

Considerando os dois raios como estritamente paralelos, baixemos uma perpendicular à eles no ponto de saída da fenda superior (Fig. 7.5) formando o triângulo ABC.

Observando que o ângulo θ também é o ângulo formado entre essa perpendicular e o plano das fendas, a diferença de caminhos \overline{BC} percorridos pelos dois raios vale

$$\overline{BC} = d \sin \theta.$$

Para pontos ao redor da região central em que $\theta \ll 1$ rad podemos aproximar o $\sin \theta$ pela $\tan \theta$

$$\overline{BC} = d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{y}{D}.$$

Se essa diferença de caminhos for igual a um múltiplo do comprimento de onda, as duas ondas interferem-se construtivamente e teremos uma franja com um máximo de intensidade

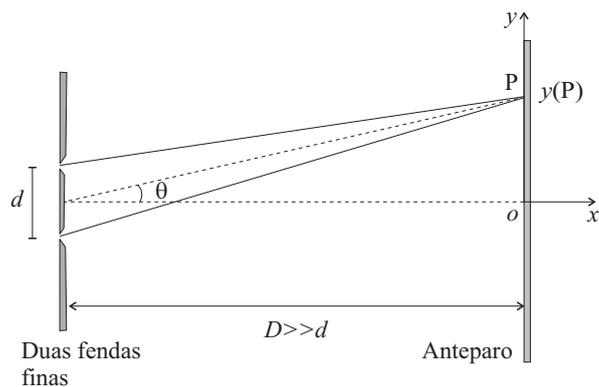


Figura 7.4: Posicionamento do ponto P de chegada da luz no anteparo.

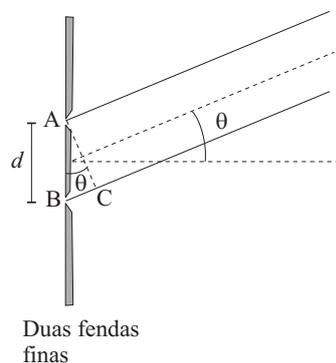


Figura 7.5: Diferença entre os caminhos dos raios paralelos.

luminosa.

$$d \frac{y}{D} = n \lambda, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad \text{interferência construtiva.} \quad (7.1)$$

Se a diferença de caminhos for um múltiplo ímpar de meio comprimento de onda teremos uma interferência destrutiva e uma franja com um mínimo de intensidade luminosa.

$$d \frac{y}{D} = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad \text{interferência destrutiva.} \quad (7.2)$$

Assim, as posições das franjas claras e escuras no anteparo serão dadas respectivamente por

$$y_{\max} = n \lambda \frac{D}{d}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad \text{interferência construtiva} \quad (7.3)$$

e

$$y_{\min} = (2n - 1) \frac{\lambda D}{2d}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad \text{interferência destrutiva.} \quad (7.4)$$

Pode-se mostrar (e será mostrado no curso teórico) que a intensidade luminosa no an-

teparo, para pontos próximos do centro, varia conforme a função

$$I = I_0 \cos^2\left(\pi \frac{dy}{\lambda D}\right) \quad (7.5)$$

onde I_0 é a intensidade no ponto central.

A intensidade relativa está representada na figura (Fig. 7.6) onde podemos ver a variação contínua e suave entre os pontos de intensidade máxima e mínima.

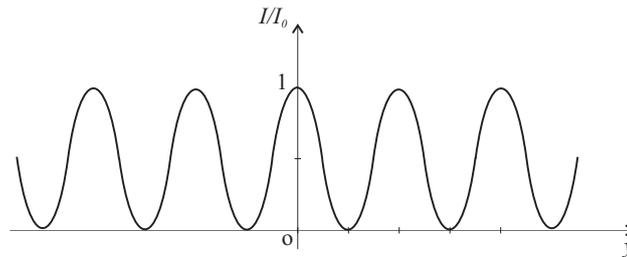


Figura 7.6: Intensidade relativa das franjas de interferência, em função da posição, produzidas por duas fendas finas.

A interferência produzida na condição de raios paralelos de luz, ou de modo equivalente, em um anteparo distante é conhecida como interferência de Fraunhofer. Ela também pode ser obtida em um anteparo próximo, o que é mais conveniente, se utilizarmos uma lente convergente e um anteparo localizado no foco da lente. Os raios paralelos que incidem na lente convergirão em um ponto no plano focal da lente sem introduzir nenhuma alteração na diferença de caminhos percorridos por eles (Fig. 7.7).

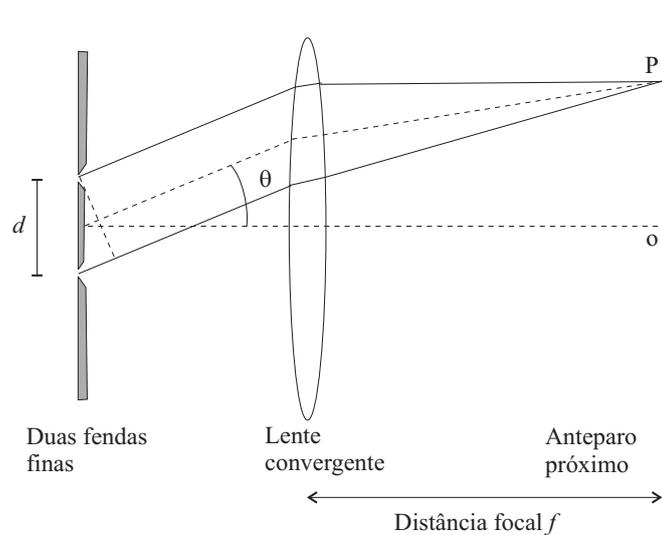


Figura 7.7: Focalização dos raios paralelos por uma lente convergente.

7.2.3 Interferência produzida por muitas fendas

Consideremos que uma grande quantidade de fendas equidistantes produza ondas que se interfiram em um ponto P no anteparo distante (ou no anteparo próximo com o auxílio da lente). A diferença de caminhos entre dois raios *adjacentes* continua a ser expressa da mesma forma ($d\text{sen}\theta$) como no caso de duas fendas (Fig. 7.8).

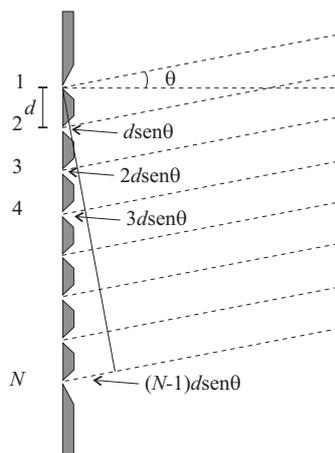


Figura 7.8: Raios paralelos em uma grande quantidade de fendas equidistantes.

Os pontos de máxima intensidade luminosa no anteparo continuam nas mesmas posições. Contudo, a grande quantidade de raios contribui para um estreitamento da curva de intensidade e o aparecimento de picos secundários de pequena amplitude entre os picos de máxima intensidade. Com o aumento da quantidade de fendas, esses picos secundários aumentam em quantidade, mas tem suas amplitudes reduzidas a valores desprezíveis não sendo mais perceptíveis (Fig. 7.9).

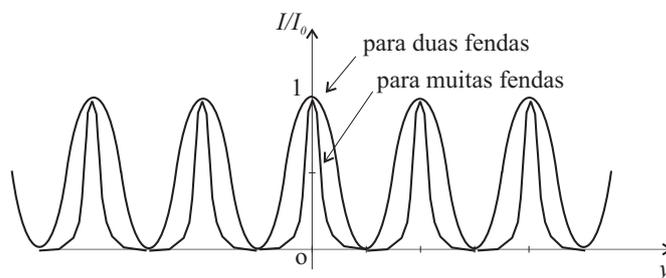


Figura 7.9: Representação da intensidade luminosa para duas fendas e para uma grande quantidade de fendas equidistantes.

7.2.4 Rede de difração

Uma rede de difração em transmissão é um dispositivo óptico constituído por uma lâmina de vidro espessa, de faces planas e paralelas. Numa face é gravada uma grande quantidade de sulcos finos, paralelos e igualmente espaçados, com uma ponta de diamante em um processo mecânico de alta precisão. As redes podem ter até três mil sulcos por milímetro. Na figura (Fig. 7.10) mostramos um corte bastante ampliado de uma rede de difração.

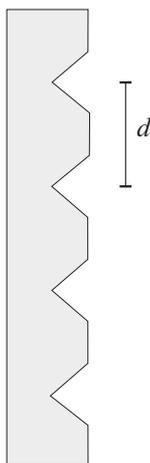


Figura 7.10: Rede de difração vista de corte.

Em primeira aproximação, os sulcos na rede comportam-se como as fendas na figura (Fig. 7.8). A distância d entre dois sulcos (ou duas fendas) adjacentes chama-se *constante de rede* e é usualmente expressa em Angstroms (Å), nanômetros (nm), microns (μ), micrômetros (μm) ou milímetros (mm).

Essa rede de difração descrita chama-se rede em transmissão. Existem também as redes em reflexão, neste caso, os sulcos são realizados na superfície de um espelho metálico. O efeito dessa rede é facilmente observado pelo reflexo colorido quando da incidência de luz branca. É o que se verifica no reflexo da luz em um CD (compact disk) ou mesmo o que se pode observar na natureza, na carapaça de besouros “furta cor” (rutelíneos, buprestídeos) ou nas escamas das asas de borboletas (brassolídeos, morphos, liceídeos). Os morphos, de um reflexo azul intenso, na verdade são inteiramente cobertos por escamas amareladas.

Uma rede de difração, com constante de rede conhecida, permite determinar comprimentos de onda, λ , desconhecidos. Com efeito, da equação

$$d \sin \theta = n \lambda \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (7.6)$$

para a interferência construtiva, podemos calcular λ a partir da medida de θ . A medida de θ pode ser feita com um goniômetro óptico.

7.2.5 Poder de resolução

Quando utilizamos uma rede de difração em um espectrômetro para determinar o valor do comprimento de onda da radiação luminosa, pela observação e medida da posição angular

de uma linha espectral, podemos nos defrontar com o seguinte problema: se duas linhas espectrais tiverem valores de comprimentos de onda λ_1 e λ_2 muito próximos, seremos capazes de distingui-los (separar, resolver)? Em outras palavras, qual é o menor valor

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$$

que temos condição de observar com o aparelho?

Já comentamos que a largura do pico de intensidade da figura de interferência diminui com o aumento da quantidade de fendas. Em outras palavras, o pico torna-se mais agudo. Se dois comprimentos de onda estiverem muito próximos, pode ocorrer a superposição parcial dos picos individuais (que não sejam de ordem zero). Portanto, para que possamos observá-los como picos individuais é necessário que os picos sejam o mais agudo possível e isso é conseguido aumentando-se a quantidade de fendas. Havíamos comentado também que o aumento da quantidade de fendas faz aparecer picos secundários de pequena amplitude ao lado do pico principal. Um critério usado para a resolução de dois comprimentos de onda diz que eles são considerados resolvidos ou separados quando o pico principal de um comprimento de onda coincide com o primeiro mínimo do outro comprimento de onda. Com esse critério, pode-se mostrar que o *poder de resolução* de uma rede, definido por

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (7.7)$$

onde λ é o comprimento de onda médio, é dado por

$$R = nN, \quad n = 1, 2, 3 \dots \text{e } N \text{ é a quantidade de fendas.} \quad (7.8)$$

Assim, quanto maior for a quantidade de fendas, maior será o poder de resolução.

7.2.6 Dispersão

A dispersão angular de uma rede mede o grau de espalhamento angular do espectro ($\Delta\theta$) relacionado à variação do comprimento de onda ($\Delta\lambda$). É definida como

$$D(\theta) = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad (7.9)$$

e pode ser calculada diferenciando-se a equação (7.6). Para pequenas variações em λ temos

$$d \cos \theta d\theta = n d\lambda.$$

Portanto,

$$D(\theta) = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \approx \frac{n}{d \cos \theta}. \quad (7.10)$$

Como $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ também podemos expressar a dispersão em função do comprimento de onda

$$D(\theta) = \frac{n}{d \sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{n}{d \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}} = \frac{n}{\sqrt{d^2 - (n\lambda)^2}}. \quad (7.11)$$

Nessa expressão, podemos notar que a dispersão cresce com a diminuição da distância entre os sulcos e com o aumento do número de ordem até a ordem máxima que pode

ser observada. Na determinação do comprimento de onda pela medida do ângulo θ , se considerarmos que o erro $\Delta\theta$ é constante para uma linha com um determinado comprimento de onda observada em várias ordens, o erro $\Delta\lambda$ será menor para a linha de maior ordem, pois,

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\theta}{D} = \frac{\sqrt{d^2 - (n\lambda)^2}}{n} \Delta\theta.$$

7.3 PARTE EXPERIMENTAL

Para observar e medir a posição de uma linha espectral correspondente a uma interferência construtiva com uma rede de difração, a rede deve ser colocada no centro da mesa de um goniômetro óptico ou espectrômetro (Fig. 7.11).

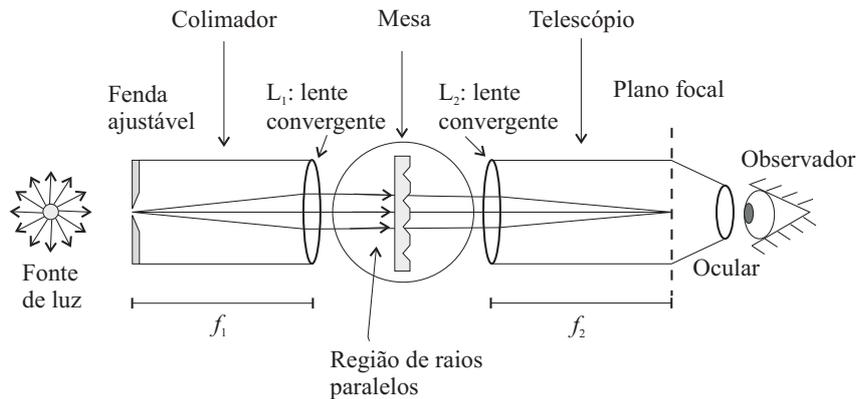


Figura 7.11: Goniômetro óptico.

Nesse equipamento temos um colimador, uma mesa e um telescópio móvel que pode girar ao redor do centro da mesa. O colimador é constituído por uma fenda de abertura ajustável de entrada e uma lente L_1 . Sua função é colimar a luz, isto é, produzir um feixe de raios paralelos que deverão incidir perpendicularmente à rede de difração. O telescópio faz o papel oposto ao colimador. A lente L_2 converge os raios paralelos, provenientes da rede de difração, no plano focal. Nesse plano forma-se a imagem da fenda que pode ser observada e ampliada através do ocular, outra lente convergente de curta distância focal.

O telescópio pode girar ao redor da rede a fim de determinar a posição angular θ das franjas de interferência (Fig. 7.12). Para isso, ele dispõe de um retículo em forma de uma cruz de “fio de cabelo” localizado no plano focal da lente L_2 que pode ser posicionado sobre a imagem da fenda movimentando-se o telescópio.

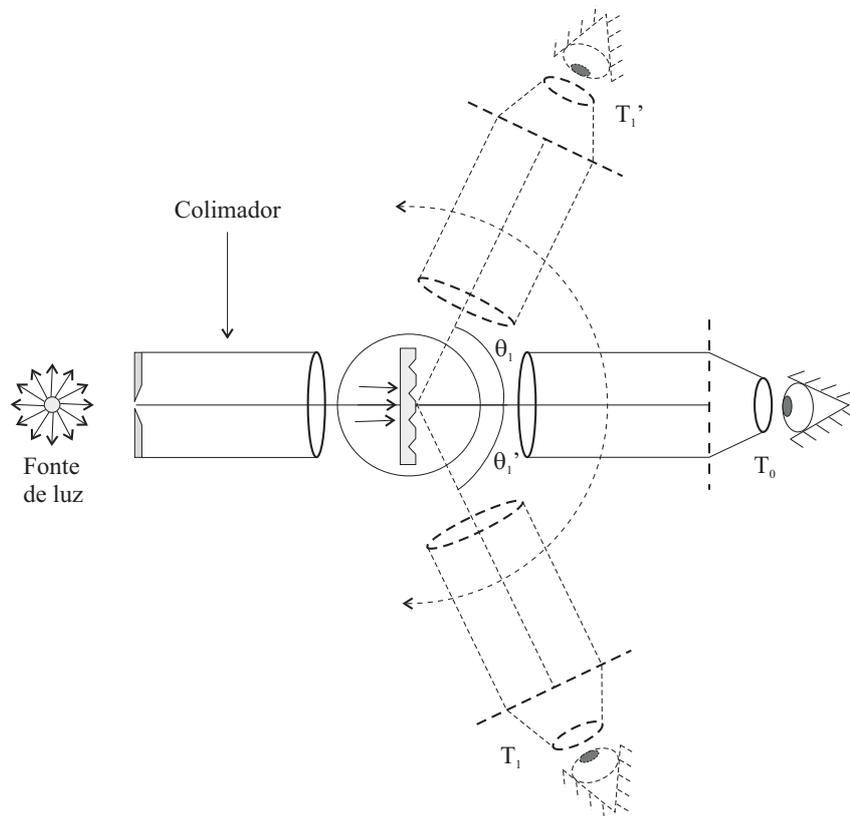


Figura 7.12: Medida do ângulo θ com o telescópio do goniômetro óptico.

7.3.1 Lista de materiais

Identifique os seguintes equipamentos e materiais que se encontram sobre a mesa:

- Espectrômetro (ou goniômetro óptico),
- rede de difração,
- lâmpada de Hg com fonte de alimentação,
- lanterna para iluminação.

7.3.2 O espectrômetro

Esse equipamento é o mesmo utilizado no experimento MEDIDA DO ÍNDICE DE REFRAÇÃO DO VIDRO DE UM PRISMA. Portanto, leia com cuidado no roteiro desse experimento toda a parte referente ao espectrômetro e ao seu modo de utilização.

7.3.3 Medidas

Cuidados com os aparelhos

- O espectrômetro é um aparelho de alta precisão e deve ser manuseado com cuidado e delicadeza. Nunca force qualquer um dos seus elementos. Em caso de dúvida chame seu professor.
- Não gire o telescópio segurando-o pelo tubo (isso desfocalizará permanentemente o equipamento), use o braço móvel vertical do telescópio.
- A precisão das medidas depende da largura da fenda do colimador. Por isso, trabalhe com a fenda mais fina possível, mas que ainda possa ser visualizada com facilidade.
- A precisão das medidas também depende do correto ajuste do bloco ocular. A posição do ocular deve ser ajustada para o olho do observador deslocando-o ligeiramente para frente ou para trás de modo a focalizar a imagem do retículo (“fio de cabelo”) superposto à imagem da fenda. A imagem da fenda é focalizada com o botão de ajuste do foco.
- O telescópio só pode ser movimentado livremente se o parafuso de bloqueio do braço (parafuso central no lado direito e abaixo do disco) estiver folgado. Caso contrário, só pode se movimentar com o uso do parafuso micrométrico, girando-o em ambos os sentidos (movimento fino).
- Segure a rede de difração pelo suporte ou pelas bordas. **Não toque na superfície da rede.**
- Evite olhar diretamente para a lâmpada por um período muito longo. Se luz estiver muito intensa, coloque uma folha de papel entre a saída da fonte de luz e a fenda do colimador.

Ajuste da posição da rede

Para que a relação (7.6) possa ser usada, a rede de difração deve estar exatamente ortogonal ao feixe de luz paralelo incidente e posicionada no centro de rotação do telescópio.

Coloque a rede sobre o centro da mesa circular do espectrômetro com a face gravada virada para o telescópio, tentando colocá-la perpendicular ao eixo do colimador. Esse ajuste grosseiro não é suficiente para garantir a perpendicularidade. Vejamos como proceder para obter a condição de ortogonalidade com erro inferior a meio grau.

Acenda a lâmpada de Hg, espere aquecer por um minuto e ilumine a fenda de entrada do colimador. Os raios de luz paralelos que emergem do colimador e incidem na rede são por ela difratados formando um espectro de linhas brilhantes em ambos os lados da linha central (imagem da fenda de cor branca azulada).

Posicione o telescópio em frente ao colimador e observe, através do ocular, a linha central na posição T_0 . Faça o ajuste necessário para a melhor focalização da linha central e do retículo, aperte o parafuso central do telescópio e utilize o parafuso micrométrico para posicionar o retículo no meio da linha brilhante (imagem da fenda). Faça a medida dessa posição em graus e minutos utilizando o vernier e posicionando a lente para melhor visualização.

Folgue o parafuso central e gire o telescópio lentamente no sentido horário (visto de cima) enquanto observa através do ocular. Deverá aparecer um conjunto de linhas coloridas que formam o espectro de primeira ordem, algumas fracas e outras mais intensas. Observe se você consegue ver duas linhas amarelas alaranjadas, intensas, bastante próximas no extremo do espectro. Estreite a fenda do colimador para que essas linhas sejam vistas como duas linhas separadas e finas.

Concentre-se agora na linha verde amarelada, uma das mais intensas. Posicione manualmente o retículo no centro dessa linha, aperte o parafuso central, retoque a posição com o parafuso micrométrico e faça a leitura do ângulo T'_1 .

Folgue o parafuso central e gire o telescópio lentamente no sentido anti-horário (visto de cima) e repita o procedimento para medir agora o ângulo T_1 (preste atenção para medir a linha de mesma cor).

Calcule os ângulos θ'_1 e θ_1

$$\theta'_1 = |T'_1 - T_0|, \quad \theta_1 = |T_1 - T_0|.$$

Esses ângulos não podem diferir entre si mais que $15'$. Se isso ocorrer, a rede deve ser reposicionada de modo diminuir essa diferença. Para isso, tome um pouco menos da metade dessa diferença, acrescente esse valor ao menor θ e calcule qual deveria ser o ângulo T dessa linha. Ajuste no vernier esse ângulo girando o parafuso micrométrico do telescópio. Olhe através do ocular, folgue o parafuso lateral da mesa do telescópio onde está a rede e gire um pouco essa mesa de modo que a linha verde amarelada volte a ficar centralizada com relação ao retículo. Aperte levemente o parafuso para a rede não sair da posição.

Refça as medidas de θ'_1 , θ_1 e verifique se atingiu o objetivo. Caso contrário repita o procedimento.

De agora em diante, não se deve mais tocar na rede. Se, acidentalmente, a rede sair de posição por qualquer que seja o motivo, recoloque o telescópio na posição onde observou a minimização da diferença entre os ângulos e reposicione a linha sobre o retículo girando a mesa da rede.

A seguir, a posição angular θ das linhas será sempre calculada por

$$\theta = \frac{1}{2} |T_1 - T'_1|$$

isto é, basta ler a posição da linha, T_1 , e a posição de sua simétrica, T'_1 .

Determinação da constante da rede

Para esse item você utilizará a linha verde amarelada intensa cujo comprimento de onda vale 5461 \AA . Utilize as medidas já realizadas em primeira ordem e meça ainda as posições dessa linha em ambos os lados, nos espectros de segunda e terceira ordem se forem visíveis.

Determinação dos comprimentos de onda

O objetivo agora é determinar os comprimentos de onda das *outras linhas do espectro* em primeira, segunda e terceira ordens se forem visíveis. A medida que a ordem aumenta as linhas ficam mais fracas e você só deverá enxergar as linhas mais intensas do espectro. Em primeira ordem, você deverá enxergar duas linhas roxas (forte e fraca, bastante próximas),

uma linha azul-roxo intensa, uma linha verde azulada (intensidade média), a linha verde amarelada já medida e duas linhas amarelas alaranjadas. Possivelmente, a depender da intensidade da lâmpada, você poderá ver uma linha verde azulada fraca, não é necessário medi-la.

Faça uma tabela onde constem as cores e os ângulos medidos, em ambos os lados, para as três ordens observadas (se forem visíveis).

Determinação da abertura angular da linha

No cálculo do erro, intervém a metade da abertura angular da linha em radianos. Essa abertura angular é a abertura angular da imagem da fenda do colimador. Para determiná-la, observe a linha central e posicione o retículo, primeiro na borda esquerda e meça a posição. Depois, na borda direita e meça a posição. A diferença entre essas duas posições é a abertura angular da linha em graus sexagesimais.

7.4 TRABALHO COMPLEMENTAR

- A partir das medidas realizadas com a linha verde amarelada determine os valores para a constante de rede para as três ordens observadas (se foram visíveis).
- Avalie o erro absoluto cometido na determinação da constante de rede para as ordens observadas. O cálculo do erro deve levar em conta o erro da medida do ângulo (em radianos) considerando que este erro é metade da abertura angular da linha somada ao erro do vernier (um minuto de grau).
- Escreva corretamente o valor da constante da rede com o seu respectivo erro (com apenas um algarismo significativo) para as três ordens. Qual valor da constante de rede é mais exato?
- A partir das medidas efetuadas para as outras linhas espectrais e do melhor valor (o que tiver menor erro) para a constante da rede, determine todos os comprimentos de onda de todas as linhas para as diversas ordens visíveis.
- Determine o erro em cada comprimento de onda. O cálculo do erro deve levar em conta o erro na determinação da constante da rede e o erro na medida do ângulo.
- Escreva corretamente os valores dos comprimentos de onda para as diversas cores nas ordens visíveis. Expresse esses resultados em uma tabela. Analisando os erros, em quais ordens os comprimentos de onda são determinados com maior exatidão?
- Compare a separação angular medida do espectro visível de primeira ordem do Hg com a separação angular esperada (calculada a partir dos comprimentos de onda e a equação da rede) para o espectro da luz branca (4000 Å - 7000 Å) também de primeira ordem. Expresse o resultado em termos percentuais.
- Calcule a dispersão para a linha verde amarelada para a primeira e para a segunda ordem (se foi visível). Em que ordem ocorre a maior dispersão?

- Trace a curva de calibração do espectrômetro, isto é, comprimento de onda λ versus ângulo θ para as duas primeiras ordens. O gráfico deve ocupar pelo menos a metade de uma folha A4 e as curvas devem ser suaves. Qual é a utilidade dessa curva?

7.5 BIBLIOGRAFIA

[4], [5], [6], [7], [22], [3], [11], [12], [13], [14], [15]